第 6 講　2 次関数の最大・最小，2 次関数の決定

PART1　2 次関数の最大・最小

例題

関数 $f(x)=x^2+2x-1$ について，次の定義域における最大値，最小値を求めよ。

(1)　$-4 \leqq x \leqq -2$　　(2)　$-3 \leqq x \leqq 0$　　(3)　$-2 \leqq x \leqq 1$　　(4)　$0 \leqq x \leqq 2$

Point Pickup

練習

関数 $f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+\dfrac{3}{2}$ について，次の定義域における最大値，最小値を求めよ。

(1)　$4 \leqq x \leqq 5$　(2)　$1 \leqq x \leqq 4$　(3)　$0 \leqq x \leqq 3$　(4)　$-1 \leqq x \leqq 0$

第６講　PART1　確認問題

1 関数 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{4}$ について，定義域が $2 \leqq x \leqq 4$ のとき，

最大値は $-\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$，最小値は $-\frac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$ である。

2 関数 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{4}$ について，定義域が $0 \leqq x \leqq 3$ のとき，

最大値は $\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$，最小値は $-\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。

3 関数 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{4}$ について，定義域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，

最大値は $\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$，最小値は $-\frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である。

4 関数 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{4}$ について，定義域が $-1 \leqq x \leqq 0$ のとき，

最大値は $-\frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$，最小値は $-\frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ である。

第 6 講　2 次関数の最大・最小，2 次関数の決定

PART1　2 次関数の最大・最小

例題

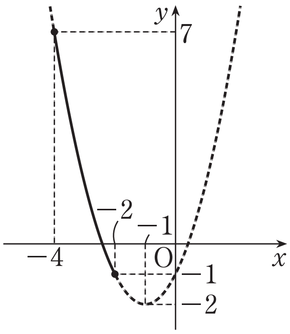
関数 $f(x)=x^2+2x-1$ について，次の定義域における最大値，最小値を求めよ。

(1)　$-4\leqq x\leqq -2$　　(2)　$-3\leqq x\leqq 0$　　(3)　$-2\leqq x\leqq 1$　　(4)　$0\leqq x\leqq 2$

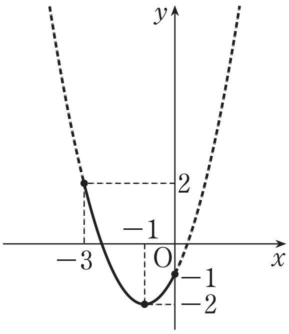
$f(x)=x^2+2x-1=(x+1)^2-2$

(1)～(4)における関数 $y=f(x)$ のグラフは，下図実線部分。

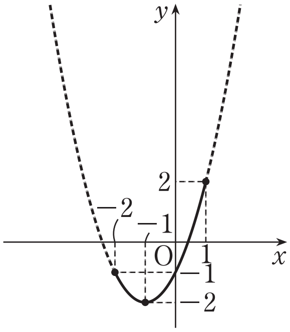
(1)



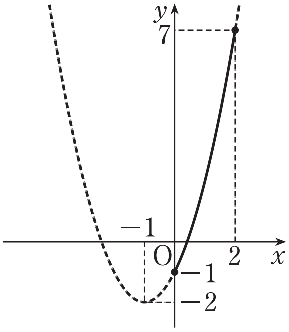
(2)



(3)



(4)



(1)　最大値 $f(-4)=7$　　最小値 $f(-2)=-1$

(2)　最大値 $f(-3)=2$　　最小値 $f(-1)=-2$

(3)　最大値 $f(1)=2$　　最小値 $f(-1)=-2$

(4)　最大値 $f(2)=7$　　最小値 $f(0)=-1$

練習

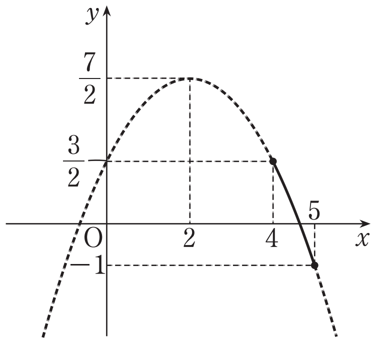
関数 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2}$ について，次の定義域における最大値，最小値を求めよ。

(1)　$4\leqq x\leqq 5$　　(2)　$1\leqq x\leqq 4$　　(3)　$0\leqq x\leqq 3$　　(4)　$-1\leqq x\leqq 0$

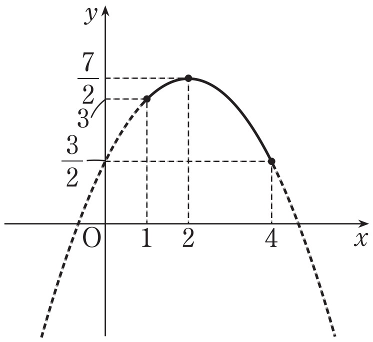
$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{7}{2}$

(1)～(4)における関数 $y=f(x)$ のグラフは，下図実線部分。

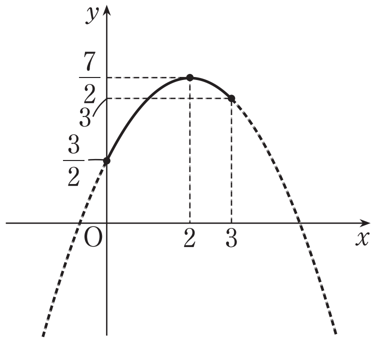
(1)



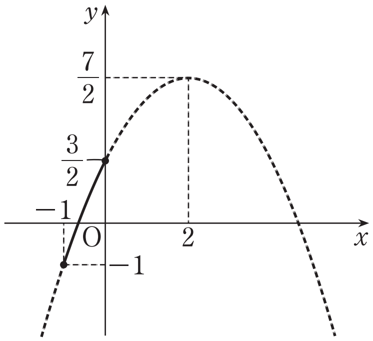
(2)



(3)



(4)



(1)　最大値 $f(4)=\frac{3}{2}$　　最小値 $f(5)=-1$

(2)　最大値 $f(2)=\frac{7}{2}$　　最小値 $f(4)=\frac{3}{2}$

(3)　最大値 $f(2)=\frac{7}{2}$　　最小値 $f(0)=\frac{3}{2}$

(4)　最大値 $f(0)=\frac{3}{2}$　　最小値 $f(-1)=-1$

第 6 講　PART1　確認問題 解答

1 **[正解]** ア：1，イ：4，ウエ：17，オ：4

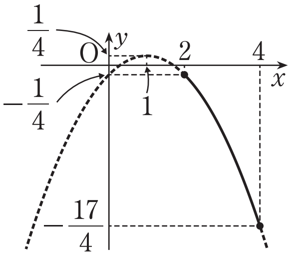
[解説]

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{4}=-\frac{1}{2}(x^2-2x)-\frac{1}{4}$$

$$=-\frac{1}{2}\{(x-1)^2-1\}-\frac{1}{4}$$

$$=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{4}$$ [A]

関数 $y=f(x)$ のグラフは下図実線部分。



よって　$2\leqq x\leqq 4$ のとき

最大値　$f(2)=-\frac{1}{4}$ [A]

最小値　$f(4)=-\frac{17}{4}$

[A]　定義域に制限がある場合の 2 次関数の最大値，最小値は，グラフを利用して求める。
① 平方完成し，グラフを点線でかく。
② ①のグラフにおいて，与えられた定義域に相当する部分を実線にする。
③ 頂点と端点に注目し，最大値，最小値を求める。

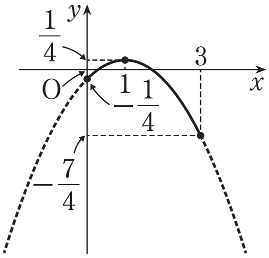
2 [正解] カ：1，キ：4，ク：7，ケ：4

[解説]

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{4}$$

$$=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{4}$$ [B]

関数 $y=f(x)$ のグラフは下図実線部分。



よって　$0\leqq x\leqq 3$ のとき

最大値　$f(1)=\frac{1}{4}$ [B]

最小値　$f(3)=-\frac{7}{4}$

[B]　定義域に制限がある場合の２次関数の最大値，最小値は，グラフを利用して求める。
① 平方完成し，グラフを点線でかく。
② ①のグラフにおいて，与えられた定義域に相当する部分を実線にする。
③ 頂点と端点に注目し，最大値，最小値を求める。

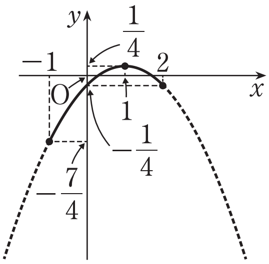
3 [正解] コ：1，サ：4，シ：7，ス：4

[解説]

$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{4}$

$=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{4}$ [C]

関数 $y=f(x)$ のグラフは下図実線部分。



よって　$-1\leqq x\leqq 2$ のとき

最大値　$f(1)=\frac{1}{4}$ [C]

最小値　$f(-1)=-\frac{7}{4}$

[C]　定義域に制限がある場合の２次関数の最大値，最小値は，グラフを利用して求める。

① 平方完成し，グラフを点線でかく。

② ①のグラフにおいて，与えられた定義域に相当する部分を実線にする。

③ 頂点と端点に注目し，最大値，最小値を求める。

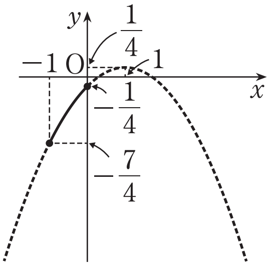
4 **[正解]** セ：1，ソ：4，タ：7，チ：4

[解説]

$$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{4}$$

$$=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{4}$$ [D]

関数 $y=f(x)$ のグラフは下図実線部分。



よって　$-1 \leqq x \leqq 0$ のとき

最大値　$f(0)=-\frac{1}{4}$ [D]

最小値　$f(-1)=-\frac{7}{4}$

[D]　定義域に制限がある場合の 2 次関数の最大値，最小値は，グラフを利用して求める。
① 平方完成し，グラフを点線でかく。
② ①のグラフにおいて，与えられた定義域に相当する部分を実線にする。
③ 頂点と端点に注目し，最大値，最小値を求める。